

## SOAL-SOAL LATIHAN KALKULUS I

### BAB I. SISTEM BILANGAN REAL, PERTAKSAMAAN DAN OPERASI GEOMETRIS KURVA SEDERHANA

1. Tentukan bilangan rasional yang mempunyai penyajian desimal  $45,737373737373737\dots$
2. Tentukan himpunan penyelesaian pertaksamaan berikut:

a. $x - 7 < 2x - 5$	s. $\frac{2}{x-1} \geq  x-4 $
b. $2x + 3 < 5x - 7$	t. $2 \leq  x-3  < 4$
c. $2x - 4 \leq 6 - 7x < 3x + 6$	u. $ x  > x + 1$
d. $x^2 - 5x + 6 < 0$	v. $x x  >  x-2 $
e. $x^2 - 3x + 2 > 0$	w. $x - 1 < \frac{2}{ x }$
f. $x^2 + 2x + 1 < 0$	x. $2 2x-3  <  x+10 $
g. $x^2 - 4x + 4 > 0$	y. $x x+2  <  2x+3 $
h. $x^2 - x + 1 \leq 0$	z. $\left  \frac{2x-3}{x+1} \right  \geq 1$
i. $x^2 + 2x - 12 < 0$	aa. $ x-2  + 2 x-1  \leq 1$
j. $x^3 - 5x^2 - 6x < 0$	ab. $ x-2  - 2 x-1  \leq 1$
k. $x^3 - x^2 - x + 1 > 0$	ac. $2 x  +  x-1  \leq 2$
l. $\frac{1}{x+1} \geq 2$	ad. $2 x  -  x-1  \leq 2$
m. $\frac{3}{1-x} \leq 2$	ae. $ x-3  - 2 1-2x  > 2$
n. $\frac{2x-1}{x-2} \geq \frac{2}{x+1}$	af. $(x^2+1)^2 - 7(x^2+1) + 10 < 0$
o. $\frac{2x-3}{x+1} < 1$	ag. $x^2 + 3x + 2\frac{1}{2} \leq 0$
p. $\frac{2x-1}{3-x} < \frac{x}{4+x}$	ah. $4x^2 - 5x - 6 \geq 0$
q. $\frac{2x-1}{3-x} < \left  \frac{x}{4+x} \right $	ai. $(x+2)(x-1)(x-3) > 0$
r. $\frac{-2}{1-x} \leq  4-x $	aj. $(2x-3)(x-1)^2(x-3) \leq 0$

3. Tentukan persamaan garis melalui (3,-3) yang
  - a. Sejajar dengan garis  $y = 2x + 5$
  - b. Tegak lurus terhadap garis  $y = 2x + 5$
  - c. Sejajar dengan garis  $2x + 3y = 6$
  - d. Tegak lurus terhadap garis  $2x + 3y = 6$
  - e. Sejajar dengan garis yang melalui (-1,2) dan (3,-1)
  - f. Sejajar dengan garis  $x = 8$
  - g. Tegak lurus terhadap garis  $x = 8$

4. **Tanpa membuat tabel nilai fungsi di setiap titik**, sketsalah grafik  $y = f(x)$  untuk fungsi  $f(x)$  berikut ini.

- a.  $f(x) = \sqrt{x-1}$
- b.  $f(x) = \sqrt{2-x}$
- c.  $f(x) = \sqrt{x}-1$
- d.  $f(x) = 3-\sqrt{x}$
- e.  $f(x) = |x+2|$
- f.  $f(x) = |x|+2$
- g.  $f(x) = \sin(x)-2$
- h.  $f(x) = \sin(|x|)-2$
- i.  $f(x) = \sin(x-2)$
- j.  $f(x) = |\sin(|x|-2)+1|$
- k.  $f(x) = |\cos(x-2)-1|$
- l.  $f(x) = x^2-1$
- m.  $f(x) = (x-1)^2$
- n.  $f(x) = (x-1)^2+1$
- o.  $f(x) = |x^2-1|$
- p.  $f(x) = |2-4x-x^2|$
- q.  $f(x) = |4x-3-x^2|$
- r.  $f(x) = |3-2x-x^2|$
- s.  $f(x) = \frac{1}{|x|}$
- t.  $f(x) = \frac{1}{1-x}$
- u.  $f(x) = \frac{1}{x-1}$
- v.  $f(x) = \frac{1}{|x|+1}$
- w.  $f(x) = \left| \frac{1}{x+1} \right|$
- x.  $f(x) = \frac{|x|+2}{|x|+1}$
- y.  $f(x) = \frac{|x|-2}{|x|+1}$
- z.  $f(x) = |x|-x-1$

## II. FUNGSI, LIMIT DAN KEKONTINUAN

1. Apakah relasi yang didefinisikan seperti berikut ini merupakan suatu fungsi? Berikan alasan terhadap jawaban saudara.

a. 
$$y = \begin{cases} 2x + 3, & \text{for } x \leq -1 \\ x^2 - 2, & \text{for } x > -2 \end{cases}$$

b. 
$$y = \begin{cases} 2x^3 - 2, & \text{bila } x \leq 1 \\ x - 1, & \text{bila } x > 1 \\ x^2 + 1, & \text{bila } x > 1 \end{cases}$$

2. Tentukan daerah asal dan daerah hasil fungsi-fungsi berikut.

a.  $f(x) = \sqrt{x-1}$

b.  $f(x) = \sqrt{2-x}$

c.  $f(x) = \sqrt{x} - 1$

d.  $f(x) = 3 - \sqrt{x}$

e.  $f(x) = |x+2|$

f.  $f(x) = |x| + 2$

g.  $f(x) = \sin(x) - 2$

h.  $f(x) = \sin(|x|) - 2$

i.  $f(x) = \sin(x-2)$

j.  $f(x) = |\sin(|x|) - 2| + 1$

k.  $f(x) = |\cos(x-2) - 1|$

l.  $f(x) = x^2 - 1$

m.  $f(x) = (x-1)^2 + 1$

n.  $f(x) = |x^2 - 1|$

o.  $f(x) = |2 - 4x - x^2|$

p.  $f(x) = |4x - 3 - x^2|$

q.  $f(x) = |3 - 2x - x^2|$

r.  $f(x) = \frac{1}{|x|}$

s.  $f(x) = \frac{1}{1-x}$

t.  $f(x) = \frac{1}{x-1}$

u.  $f(x) = \frac{1}{|x|+1}$

v.  $f(x) = \left| \frac{1}{x+1} \right|$

w.  $f(x) = \frac{|x|+2}{|x|+1}$

x.  $f(x) = \frac{|x|-2}{|x|+1}$

y.  $f(x) = |x| - x - 1$

z.  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-2}}$

3. Tentukan daerah asal fungsi berikut ini.

a.  $f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{1-|4x|}}$

b.  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2|x|+|x-1|-2}}$

c.  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{|x-2|+2|x-1|-1}}$

4. Jika  $f(x) = x(4-x)$  dan  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-4}}$

- Tentukan daerah asal dan daerah hasil  $f(x)$  dan  $g(x)$ .
- Apakah  $(f \circ g)(x)$  terdefinisi? Jelaskan alasan saudara.
- Bila  $(f \circ g)(x)$  terdefinisi, tentukan  $(f \circ g)(x)$ , daerah asal dan daerah hasil  $(f \circ g)(x)$ .

5. Jika  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  dan  $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$
- Tentukan daerah asal dan daerah hasil  $f(x)$  dan  $g(x)$ .
  - Apakah  $(g \circ f)(x)$  terdefinisi?
  - Bila  $(g \circ f)(x)$  terdefinisi, tentukan  $(g \circ f)(x)$ , daerah asal dan daerah hasil  $(g \circ f)(x)$ .
6. Jika  $f(x) = \sqrt{x-1}$  dan  $g(x) = \frac{1}{|x|+1}$ ,
- Tanpa menghitung nilai fungsinya di setiap titik, sketsalah grafik  $y = f(x)$  dan  $y = g(x)$  dan jelaskan langkah-langkah yang saudara lakukan dalam memperoleh sketsa grafik tersebut
  - Berdasarkan sketsa yang saudara peroleh, tentukan daerah asal dan daerah hasil  $f(x)$  dan  $g(x)$ .
  - Jika  $f \circ g$  terdefinisi, tentukanlah daerah asal dan daerah hasil  $f \circ g$  dan tentukan pula rumus untuk  $(f \circ g)(x)$ .
7. Jika  $f(x) = x^2 + 2$  dan  $g(x) = \sqrt{x-1}$
- Tentukan daerah asal dan daerah hasil  $f(x)$  dan  $g(x)$ .
  - Apakah  $(f \circ g)(x)$  terdefinisi?
  - Bila  $(f \circ g)(x)$  terdefinisi, tentukan  $(f \circ g)(x)$ , daerah asal dan daerah hasil  $(f \circ g)(x)$ .
8. Jika  $f(x) = \sqrt{16-x^2}$  dan  $g(x) = \sqrt{x+1}$
- Tentukan daerah asal dan daerah hasil  $f(x)$  dan  $g(x)$ .
  - Bila  $(f \circ g)(x)$  terdefinisi, tentukan  $(f \circ g)(x)$  dan daerah asal  $(f \circ g)(x)$ .
9. Periksalah apakah fungsi-fungsi berikut ini fungsi ganjil, fungsi genap, atau bukan keduanya.
- $f(x) = \sqrt{x-1}$
  - $f(x) = \frac{1}{x}$
  - $f(x) = \frac{\sin(2x)}{x}$
  - $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$
  - $f(x) = \frac{1}{|x|}$
  - $f(x) = \frac{1}{1-x}$
  - $f(x) = |x| - x - 1$
  - $f(x) = \frac{\cos 2x}{3x^2}$
  - $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 1}$
  - $f(x) = |4x - 3 - x^2|$
  - $f(x) = (x-1)^2 + 1$
10. Bila diketahui  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} g(x) = L$  dengan  $L > 0$ , hitunglah  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}}{f(x) - g(x)}$ .

11. Bila ada, hitunglah  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 4x - 1} - x$  (beri penjelasan bagaimana saudara menghitungnya).

12. Bila ada, hitunglah limit berikut.

a.  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{\pi}{x}$

r.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$

b.  $\lim_{x \rightarrow 1} \lfloor \lfloor x \rfloor \rfloor$

s.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 2 \sin^2 x} - \sqrt{1 - 2 \sin^2 x}}{x}$

c.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 1}{x^2 - 5x + 6}$

t.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{1 + x^3}$

d.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x - 1)^2}$

u.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x^2 + 4} - \sqrt{2x^2 - 4}$

e.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1 - x}$

v.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

f.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left[ \frac{1}{x-1} - \frac{1}{|x-1|} \right]$

w.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x} - x$

g.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[ \frac{1}{x-1} - \frac{1}{|x-1|} \right]$

x.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

h.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{x^2}$

y.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$

i.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{x}$

z.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos x$

j.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( x^2 \sin \frac{\pi}{x} \right)$

aa.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{\sqrt{x^2 + 3}}$

k.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{\sin 2x}$

ab.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\lfloor \lfloor x \rfloor \rfloor}{2x^3}$

l.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

ac.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x}{x}$

m.  $\lim_{x \rightarrow 3} (x - \lfloor \lfloor x \rfloor \rfloor)$

ad.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x^2 - 3x - 4)^2}{x - 4}$

n.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$

af.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - x^2}{(3x - 1)(x^4 - 2)}$

o.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\cos x - \sin x}{x - \pi/4}$

ag.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x + 4}$

p.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \frac{1}{x}}{x - \frac{1}{x}}$

ah.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x - 2|}{x - 2}$

q.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+3} - 2}$

ai.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x}}$

13. Tentukan  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  jika diketahui bahwa  $|5f(x) + 1| \leq 2(x - 3)^2$

14. Bila diketahui  $f(x) = \begin{cases} 2ax - 3, & x < 1 \\ 4 - x^2, & x \geq 1 \end{cases}$ , tentukan  $a$  agar  $f(x)$  kontinu di  $\mathfrak{R}$ .

15. Bila diketahui  $f(x) = \begin{cases} (1-a)x, & x \leq 2 \\ a^2x^2, & x > 2 \end{cases}$ , tentukan  $a$  agar  $f(x)$  kontinu di  $\mathbb{R}$ .
16. Bila diketahui  $f(x) = \begin{cases} ax-b, & x \leq 1 \\ 3x, & 1 < x < 2 \\ bx^2-a, & x \geq 2 \end{cases}$ , tentukan  $a$  dan  $b$  agar  $f(x)$  kontinu di  $\mathbb{R}$ .
17. Bila diketahui  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ ax^2+b, & 0 < x < 1 \\ x+2, & x \geq 1 \end{cases}$ , tentukan  $a$  dan  $b$  agar  $f(x)$  kontinu di  $\mathbb{R}$ .
18. Bila  $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^3+b}{x^2-4}, & 0 \leq x < 2 \\ x^2-3x+5, & x \geq 2 \end{cases}$ , tentukanlah nilai  $a$  dan  $b$  agar  $f(x)$  kontinu pada selang  $[0, +\infty)$ .
19. Jika  $f(x) = \frac{x^3-8}{x-2}$ ,  $x \neq 2$ , tentukan  $f(2)$  agar fungsi  $f(x)$  kontinu di  $\mathbb{R}$ .
20. Tentukan semua asimtot yang dimiliki grafik berikut.
- $y = f(x) = \frac{2x}{x^2-2x-3}$
  - $y = f(x) = \frac{3x^3+4x^2-x+1}{x^2+1}$
  - $f(x) = \frac{3x^3+4x^2-x+1}{x^2-2}$
  - $y = f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-4}}$
  - $y = f(x) = \frac{3x-1}{\sqrt{x^2-2}}$
  - $y = f(x) = 1 + \frac{\cos x}{x}$
  - $y = f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$
21. Gunakan Teorema Nilai Antara untuk membuktikan bahwa persamaan  $x^5 - 4x^3 - 3x + 1 = 0$  paling sedikit mempunyai satu akar antara  $x=2$  dan  $x=3$ .
22. Gunakan Teorema Nilai Antara untuk membuktikan bahwa persamaan  $\sin x - x = 1$  paling sedikit mempunyai satu akar antara  $x = -\pi$  dan  $x = 0$ .
23. Gunakan Teorema Nilai Antara untuk membuktikan bahwa persamaan  $x^3 - x^2 + x = 10$  paling sedikit mempunyai satu akar antara  $x=1$  dan  $x=3$ .
24. Diketahui  $f$  adalah fungsi kontinu yang memetakan semua bilangan pada selang  $[0,1]$  ke selang  $[a,b]$ , dengan  $0 < a < b < 1$  dan  $f(0) = b$ ,  $f(1) = a$ . Buktikan bahwa terdapat  $c$  pada selang  $(0,1)$  sedemikian sehingga  $f(c) = c$ .
25. Bila diketahui  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ ax^2+b, & 0 < x < 1 \\ x+2, & x \geq 1 \end{cases}$ , tentukan  $a$  dan  $b$  agar  $f(x)$  kontinu di  $\mathbb{R}$ .
26. Is the following statement correct? If  $f(x)$  continuous at  $x = a$  then  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  is exist.

### BAB III TURUNAN

1. Bila ada, tentukan limit berikut dengan menyatakannya sebagai turunan suatu fungsi di suatu titik tertentu.

a.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(1+h) - 3}{h}$

b.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(2+h)^3 - 4(2)^3}{h}$

c.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^2 + 2(3+h) - 15}{h}$

d.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + x - 30}{x - 3}$

e.  $\lim_{t \rightarrow x} \frac{\sin 3x - \sin 3t}{t - x}$

f.  $\lim_{t \rightarrow x} \frac{\frac{4}{t} - \frac{4}{x}}{t - x}$

2. Selidiki apakah fungsi  $f(x) = |x^2 - 4|$  mempunyai turunan di  $x = -2$

3. Selidiki apakah fungsi  $f(x) = |9 - x^2|$  mempunyai turunan di  $x = 3$

4. Jika  $f(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{jika } x < 2 \\ x^2, & \text{jika } x \geq 2 \end{cases}$ , tentukan  $a$  dan  $b$  agar  $f(x)$  dapat didiferensialkan di mana-mana.

5. Jika diketahui  $f(x) = \begin{cases} x^{4/3} \cos(\frac{\pi}{x}), & \text{bila } x \neq 0 \\ 0 & \text{, bila } x = 0 \end{cases}$ ,

a. selidiki apakah  $f(x)$  kontinu di  $\mathbb{R}$

b. tentukan  $f'(x)$  untuk  $x \neq 0$  dengan menggunakan rumus dan dalil yang telah dipelajari.

c. Dengan menggunakan definisi turunan, selidiki apakah  $f'(0)$  ada. Ingat, definisi turunan  $f(x)$  di  $x = a$  adalah  $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ .

6. Jika diketahui  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}), & \text{bila } x \neq 0 \\ 0 & \text{, bila } x = 0 \end{cases}$ ,

a. selidiki apakah  $f(x)$  kontinu di  $\mathbb{R}$

b. tentukan  $f'(x)$  untuk  $x \neq 0$  dengan menggunakan rumus dan dalil yang telah dipelajari.

c. Dengan menggunakan definisi turunan, selidiki apakah  $f'(0)$  ada. Ingat, definisi turunan  $f(x)$  di  $x = a$  adalah  $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ .

7. Jika  $f(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{jika } x < 2 \\ x^2, & \text{jika } x \geq 2 \end{cases}$ , tentukan  $a$  dan  $b$  agar  $f(x)$  dapat didiferensialkan di mana-mana.

8. Tentukan  $f'(x)$ , bila diketahui

a.  $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{1 - x^2}$

b.  $f(x) = x\sqrt{2x+1}$

c.  $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6}$

d.  $f(x) = \sin(x^2)$

e.  $f(x) = (\sin \sqrt{x})^2$

f.  $f(x) = \sqrt{\cos((x^3 + 2x^2 - 3x)^{99})}$

g.  $f(x) = \cos^2(\sin^2(x^2))$

h.  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}$

i.  $f(x) = \frac{x \cos x + \sin x}{x^2 + 1}$

j.  $f(x) = |x|, x \neq 0$

k.  $y = \cos^2\left(\frac{x^2 + 2}{x^2 - 2}\right)$

9. Tentukan  $\frac{dy}{dx}$  bila diketahui  $\sqrt{5xy} + 2y = y^2 + xy^3$

10. Tentukan  $\frac{dy}{dx}$  bila diketahui  $x\sqrt{y+1} = xy + 1$

11. Tentukan  $\frac{dy}{dx}$  bila diketahui  $\cos(xy^2) = y^2 + x$

12. Tentukan  $\frac{dy}{dx}$  bila diketahui  $8x^3 + x^2y - 4y + 6 = 0$

13. Tentukan  $\frac{dy}{dx}$  bila diketahui  $x^3 + y^3 = 3xy$

14. Tentukan  $\frac{d^2y}{dx^2}$  bila diketahui  $x^3 - 4y^2 + 3 = 0$

15. Tentukan  $\frac{d^2y}{dx^2}$  di (2,1) bila diketahui  $2x^2y - 4y^3 = 4$

16. Tentukan  $\frac{d^2y}{dx^2}$  di (-3,-1) bila diketahui  $2y - 4y^3 + 3x^2 + 1 = 0$

17. Tentukan  $\frac{d^2y}{dx^2}$  di (-3,-1) bila diketahui  $xy + y^5 = 2$ .

18. Tentukan semua persamaan garis singgung kurva  $y = x^2 - 4x$  yang melalui titik (2,-5).

19. Tentukan semua persamaan garis singgung kurva  $y = 4x - x^2$  yang melalui titik (2,5).

20. Tentukan semua persamaan garis singgung kurva  $y = x^2 + 4x$  yang melalui titik (-2,-5).

21. Tentukan semua persamaan garis singgung kurva  $y = 2x - x^2$  yang melalui titik (1,5).

22. Tentukan semua persamaan garis singgung kurva  $y = x^2 - 4x$  yang melalui titik (1,-7)

23. Tentukan semua persamaan garis singgung kurva  $y = \tan x$  pada  $x = 0$ .

24. Carilah semua titik pada grafik  $y = x - \sin x$  yang garis singgungnya mendatar.

25. Perhatikan bahwa kurva  $y = \sqrt{2} \sin x$  dan  $y = \sqrt{2} \cos x$  saling berpotongan tegak lurus di suatu titik (x,y), di mana  $0 < x < \pi$ .



#### BAB IV. PENGGUNAAN TURUNAN

1. Tentukan nilai hampiran dari  $\sqrt{398}$  dan  $\sqrt[3]{26,91}$  dengan menggunakan diferensial.
2. Tentukan nilai hampiran dari  $\tan(5^\circ)$  dengan menggunakan turunan pertama.
3. Tentukan nilai hampiran untuk  $\cos(18^\circ)$  dengan menggunakan deret Mac Laurin hingga orde 5.
4. Tentukan persamaan garis singgung kurva  $x^2y^2 + 3xy = 10y$  di titik (2,1).
5. Tentukan persamaan garis singgung kurva  $y + \sin(xy^2) + 3x^2 = 3$  di titik (1,0).
6. Tentukan persamaan garis singgung kurva  $y^3 - xy^2 + \cos(xy) = 2$  di titik (0,1).
7. Bila ada, tentukan titik potong sumbu  $y$  dengan garis singgung kurva  $y + \cos(xy^2) + 3x^2 = 4$  di titik (1,0)
8. Sebuah tempat kue (toples) berbentuk tabung terbuat dari gelas tebal dan tutupnya terbuat dari stainless steel (SS). Jika untuk tiap satuan luas harga SS tiga kali lipat harga gelas, tentukan jari-jari dan tinggi tempat kue tersebut agar volumenya  $1000 \text{ cm}^3$  dan biaya pembuatannya semurah mungkin.
9. Seorang mahasiswa berdiri di atas gedung mengawasi seorang mahasiswi yang mengendarai sepeda motor yang bergerak ke arah gedung tepat di bawahnya melalui kamera. Jika kamera berada pada posisi 250 dm dari permukaan tanah dan sepeda motor tersebut mendekat dengan laju 20 dm per detik, berapakah laju perubahan sudut pandang kamera terhadap sepeda motor pada saat sepeda motor berjarak 250 dm dari gedung.
10. Biaya operasional satu unit kendaraan pada suatu perusahaan travel bila kendaraan tersebut dioperasikan dengan kecepatan  $v$  km/jam, diperkirakan sebesar  $(30 + \frac{v}{2})$  rupiah per km. Pengemudi dibayar Rp. 2600 per jam, dan ia hanya diperbolehkan menjalankan kendaraan dengan kecepatan 60 km/jam sampai dengan 80 km/jam. Bila kendaraan tersebut harus menempuh perjalanan sejauh 120 km, tentukan kecepatan kendaraan agar pengeluaran biaya dapat dibuat semurah mungkin.
11. Sebuah pesawat terbang mengudara dengan arah yang membentuk sudut sebesar  $\frac{\pi}{6}$  terhadap arah mendarat. Seberapa cepat ketinggiannya bertambah jika laju pesawat adalah 400 km/jam.
12. Sebuah pesawat terbang ke utara dengan kecepatan 640 km/jam. Pada pukul 12.00 ia lewat di atas pusat sebuah kota. Lima belas menit kemudian, sebuah pesawat lain yang sedang terbang ke timur dengan laju 600 km/jam juga melintas di atas pusat kota tersebut. Jika keduanya terbang pada ketinggian yang sama, tentukan laju berpisahannya kedua pesawat tersebut pada pukul 13.15.
13. Seorang penjelajah ruang angkasa bergerak dari kiri ke kanan sepanjang kurva  $y = x^2$ . Jika ia mematikan mesinnya maka ia akan bergerak sepanjang garis singgung pada titik di mana ia saat itu berada. Pada titik mana ia harus mematikan mesin agar mencapai titik (4,15)?
14. Sebuah kamper berbentuk bola menyublim tanpa berubah bentuk. Volume kamper berkurang dengan laju  $1 \text{ mm}^3 / \text{hari}$ . Hitunglah laju perubahan luas permukaan kamper pada saat kamper tersebut berjari-jari 10 mm.
15. Kapal A dan B bertolak dari titik asal pada waktu yang bersamaan. Kapal A berlayar ke timur dengan laju 20 mil/jam, sedangkan kapal B berlayar ke utara dengan laju 12 mil/jam. Seberapa cepat mereka berpisah setelah 3 jam pelayaran?

16. Perhatikan bahwa garis singgung kurva  $y^2 = 4x^3$  dan  $2x^2 + 3y^2 = 14$  di  $(1,2)$  saling tegak lurus.
17. Tentukan titik pada kurva  $x^2y - xy^2 = 2$  yang garis singgungnya vertikal.
18. Sebuah benda diluncurkan langsung dari tanah ke atas dengan kecepatan awal 128 m/detik. Ketinggian benda,  $s$ , setelah  $t$  detik adalah  $s = 128t - 16t^2$  meter.
- Kapan ia mencapai ketinggian maksimum dan berapa tinggi maksimumnya?
  - Kapan ia membentur tanah dan dengan kecepatan berapa?
19. Sebuah tangki berbentuk setengah bola dengan jari-jari 8 m penuh berisi air. Kemudian air keluar dari bawah tangki dengan laju 0,5 m/jam. Seberapa cepat permukaan air berubah pada saat tinggi permukaan air 3 meter?
20. Sebuah kolam panjangnya 40 m, lebar 20 m, kedalamannya 8 m pada ujung yang dalam dan 3 m pada ujung yang dangkal. Alas kolam berbentuk siku empat. Jika kolam diisi dengan memompakan air dengan laju 40 m/menit, seberapa cepat permukaan air naik ketika kedalaman air pada ujung yang dalam adalah 3 m?
21. Dari sebuah pipa mengalir pasir dengan laju 16 dm<sup>3</sup>/detik. Pasir yang keluar membentuk gundukan yang berbentuk kerucut di atas tanah. Bila tinggi gundukan kerucut itu selalu  $\frac{1}{4}$  dari diameter alas kerucut, seberapa cepat tingginya bertambah pada saat tinggi gundukan 4 dm.
- Catatan: volume kerucut:  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ,  $h$  = tinggi kerucut,  $r$  = jari-jari alas kerucut.
22. Sepotong kawat yang panjangnya 16 cm dipotong menjadi dua bagian. Kemudian potongan yang pertama dibentuk menjadi bujursangkar, sedangkan potongan ke dua dibentuk menjadi lingkaran. Hitunglah **panjang potongan pertama** agar diperoleh total jumlah luas bujursangkar dan luas lingkaran yang sekecil mungkin.
23. Diberikan fungsi  $y = f(x) = \frac{x-1}{x-3}$
- Tentukan selang di mana grafik  $y = f(x)$  berada di atas sumbu  $x$  dan selang di mana grafik  $y = f(x)$  berada di bawah sumbu  $x$
  - Tentukan selang di mana grafik  $y = f(x)$  monoton naik dan selang di mana grafik  $y = f(x)$  monoton turun
  - Tentukan selang di mana grafik  $y = f(x)$  cekung ke atas dan selang di mana grafik  $y = f(x)$  cekung ke bawah
  - Bila ada, tentukan semua titik ekstrim dan titik beloknya
  - Tentukan semua asimtot yang ada dan berilah penjelasan
  - Berdasarkan jawaban soal 1.a. sampai dengan 1.d., sketsalah grafik  $y = f(x)$ .
  - Bila ada, tentukan nilai  $c$  yang memenuhi teorema nilai rata-rata (untuk turunan) pada selang  $(-1,2)$ .
24. Jika diketahui bahwa titik  $(4,13)$  merupakan titik belok grafik  $y = f(x) = a\sqrt{x} + \frac{b}{\sqrt{x}}$ , tentukanlah nilai  $a$  dan  $b$ .
25. Gambarlah grafik fungsi kontinu  $f$  pada selang  $[0,6]$  dengan ketentuan
- $f(0) = f(3); f(2) = 4, f(4) = 2; f(6) = 0$
  - $f'(x) > 0$  pada selang  $(0,2)$ ;  $f'(x) < 0$  pada selang  $(2,4) \cup (4,5)$
  - $f'(2) = f'(4) = 0$ ;  $f'(x) = -1$  pada selang  $(5,6)$

d.  $f''(x) < 0$  pada selang  $(0,3) \cup (4,5)$ ;  $f''(x) > 0$  pada selang  $(3,4)$

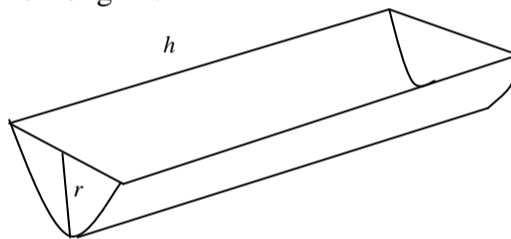
26. Diberikan fungsi  $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 1}$

- a. Tentukan selang di mana  $f(x)$  monoton naik dan selang di mana  $f(x)$  monoton turun
- b. Tentukan selang di mana  $f(x)$  cekung ke atas dan selang di mana  $f(x)$  cekung ke bawah
- c. Bila ada, tentukan titik balik (belok)-nya
- d. Tentukan semua asimtot yang ada dan berilah penjelasan
- e. Berdasarkan jawaban soal 1.a. sampai dengan 1.d., sketsalah grafik  $y = f(x)$ .

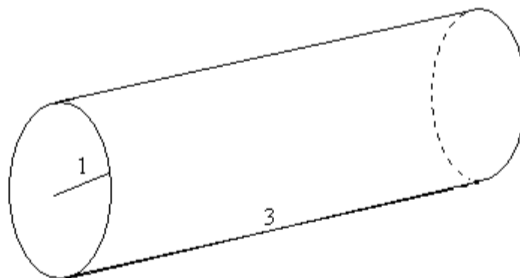
27. Diberikan fungsi  $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{1 - x^2}$

- a. Tentukan semua selang di mana  $f(x)$  monoton naik dan semua selang di mana  $f(x)$  monoton turun
- b. Tentukan semua selang di mana  $f(x)$  cekung ke atas dan semua selang di mana  $f(x)$  cekung ke bawah
- c. Bila ada, tentukan titik baliknya
- d. Bila ada, tentukan semua asimtot yang ada dan berilah penjelasan
- e. Sketsalah grafik  $y = f(x)$ .

28. Sebuah palung air dari baja yang memiliki penampang tegak berbentuk setengah lingkaran dan bagian atasnya terbuka, harus berkapasitas  $125\pi \text{ m}^3$ . Tentukan jari-jari penampang palung  $r$ , dan panjang palung  $h$ , agar palung tersebut dapat dibuat dengan bahan sesedikit mungkin.



29. Sebuah tangki minyak sawit berbentuk silinder datar dengan jari-jari 1 m dan panjang 3 m. Setengah bagian tangki tersebut telah berisi minyak sawit. Kemudian Pak Ogahruqi menambahkan solar ke dalam tangki tersebut dengan laju  $\sqrt{3} \text{ m}^3/\text{jam}$ . Pada saat tinggi permukaan cairan 1,5 m dari dasar tangki, berapakah laju kenaikan tinggi permukaan cairan?



## BAB V. INTEGRAL

1. Tentukan integral berikut

a.  $\int \frac{3x^2 - 4x^2 + x + 2}{\sqrt{x^3}} dx$

b.  $\int (3x^2 + 1)\sqrt{3x^3 + 2x} dx$

c.  $\int \sin 2x dx$

d.  $\int (3x + 1)\cos(3x^2 + 5x - \sqrt{2})\sin(3x^2 + 2x - \sqrt{2}) dx$

e.  $\int (\cos 2x)^4 (\sin 2x) dx$

f.  $\int \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} \cos^4 x} + \frac{\sin 2x}{\cos^4 x} \sqrt{x^2 + 1} \right) dx$

2. Selesaikan persamaan diferensial berikut dengan syarat yang diberikan

a.  $\frac{dy}{dx} = x^{-3} + 2$ ;  $y = 3$  di  $x = 1$

b.  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{x}{y}}$ ;  $y = 4$  di  $x = 1$

c.  $\frac{du}{dx} = u^3(t^3 - t)$ ;  $t = 4$  di  $t = 0$

d.  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ ;  $y = 18$  di  $x = 3$

e.  $\frac{dy}{dx} = xe^{x+1}$ ;  $y = e$  di  $x = 1$

3. Hitung integral tentu  $\int_{-2}^1 (2x + \pi) dx$  dan  $\int_{-1}^4 (x^2 + 2) dx$  dengan menggunakan definisi integral sebagai limit jumlah Riemann

4. Hitung limit deret di bawah ini dengan mengenalinya sebagai integral tentu

a.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left( \frac{3i}{n} \right)^2 \frac{3}{n}$

b.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left( 1 + \frac{2i}{n} + \left( \frac{2i}{n} \right)^2 \right) \frac{2}{n}$

c.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{4}{n} \sqrt{-1 + \frac{4i}{n}}$

d.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left( 2 + 3 \left( 1 + \frac{2i}{n} \right) - \left( \frac{n}{2i+n} \right)^2 \right) \frac{2}{n}$

5. Hitunglah

a.  $y = \int_0^{\pi/2} \frac{d}{dx} (\sin x \cos x) dx$

$$\text{b. } y = \frac{d}{dx} \int_0^{\pi/2} (\sin x \cos x) dx$$

$$\text{c. } y = \frac{d}{dx} \int_x^{\pi/2} (\sin u \cos u) du$$

$$\text{d. } y = \frac{d}{dx} \int_x^{\pi/2} (\sin x \cos t) dt$$

6. Tentukan  $y'$  bila

$$\text{a. } y = \int_3^x \frac{t^{5/2}}{\sqrt{t^3 + 2t^2 - 7}} dt$$

$$\text{b. } y = \int_x^{-2} \tan \sqrt{3t^2 - 3} \cos^2 t dt$$

$$\text{c. } y = \int_{2x^3}^{-2} \sqrt{4\sqrt{t} - 7} \sin^2(2t) dt$$

$$\text{d. } y = \int_1^x t \tan \sqrt{3t^2 - 3} \cos^2 x dt$$

$$\text{e. } y = \int_{2x^3}^{3\cos x} (3t + \frac{5}{\sqrt{t}} - 7) dt$$

$$\text{f. } y = \int_{2x^3}^{3\cos x} x^3 \sqrt{2u^2 + 2} du$$

7. Tentukan  $f(x)$  bila diketahui

$$\text{a. } \int_1^x f(t) dt = x^2(1+x)$$

$$\text{b. } \int_x^{-1} f(u) du = \cos 2x - \sqrt{3}x^2$$

$$\text{c. } \int_0^x f(t) dt = x \sin x + \int_0^x \frac{f(t)}{1-t^2} dt.$$

8. Tentukan  $f(2\pi)$  bila diketahui  $\int_0^{2x} f(t) dt = \sin x + \int_0^{2x} \frac{f(t)}{1+t} dt.$

9. Tentukan  $f(4)$  bila diketahui  $x \sin \pi x - \int_0^{x^2} f(t) dt = 0.$

10. Perhatikan bahwa jika  $f(x) = \int_{2x}^{5x} \frac{dt}{t}$  maka  $f$  adalah fungsi konstan pada selang  $(0, +\infty)$ .

11. Perhatikan bahwa grafik  $y = \int_x^0 \frac{s ds}{\sqrt{1+s^2}}$  monoton naik bila  $x < 0$  dan cekung ke bawah di mana-mana.

12. Tentukan selang di mana grafik  $y = \int_{2x}^0 \frac{1+t}{1+t^2} dt$  cekung ke atas.

13. Tentukan selang kemonotonan dan kecekungan grafik  $y = \int_0^x \frac{1-t}{2+t^2} dt$

14. Bila diketahui  $H(x) = \int_{2x}^{x^3-4} \frac{x}{\sqrt{1+t^2}} dt$ , tentukan  $H'(2)$ .

15. Bila ada, tentukan limit berikut.

a.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+h} \sqrt{1-t^3} dt$

b.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x-3} \int_3^x \frac{\sin t}{t} dt$

16. Hitunglah integral berikut

a.  $\int_{-3}^3 [||x||] dx$

b.  $\int_{-3}^4 (x - [||x||])^2 dx$

c.  $\int_{-4}^{-1} \frac{1-s^4}{3s^2} ds$

d.  $\int_1^3 \frac{1+2u^2}{\sqrt{2u^3+3u-5}} du$

e.  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\sin 2x}{3x^2} dx$

f.  $\int_{-2}^4 |\sin x| dx$

## BAB VI. FUNGSI TRANSENDEN

1. Jika  $\ln 3 = 1,099$ , berapakah  $\ln 81$ ?
2. Tentukan  $f'(x)$  bila
  - a.  $f(x) = x^2 \ln x^2 + (\ln x)^3$
  - b.  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2 \ln x^2} + \left(\ln \frac{1}{x}\right)^3$
  - c.  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$
3. Tentukan integral berikut
  - a.  $\int \frac{dx}{1-2x}$
  - b.  $\int \frac{2 \ln x}{x} dx$
  - c.  $\int_0^3 \frac{x^4}{2x^5 + \pi} dx$
  - d.  $\int \frac{6x+9}{3x^2+9x} dx$
  - e.  $\int \frac{dx}{x(\ln x)^2}$
  - f.  $\int \frac{t+1}{2t^2+4t+3} dt$
4. Sederhanakanlah  $\ln(x^2 - 9) - 2\ln(x - 3) - \ln(x + 3)$
5. Dengan menggunakan sifat fungsi logaritma, tentukan  $y'$  bila
  - a.  $y = \frac{x+11}{\sqrt{x^3-4}}$
  - b.  $y = \frac{\sqrt{x+11}}{(x-4)\sqrt[3]{2x-1}}$
  - c.  $y = \frac{\sqrt[3]{(x^2-1)^2} (3x+2)^2}{\sqrt{x+11}}$
6. Sketsalah grafik fungsi berikut
  - a.  $y = \ln|x|$
  - b.  $y = \ln \sqrt{x}$
  - c.  $y = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$
  - d.  $y = \ln(\cos x) + \ln(\sec x)$
7. Tentukan daerah asal dan semua titik ekstrim lokal fungsi  $f(x) = 2x^2 \ln x - x^2$
8. Tentukan nilai  $x$ , bila diketahui bahwa  $\int_{\frac{1}{3}}^x \frac{1}{t} dt = 2 \int_1^x \frac{1}{t} dt$
9. Hitunglah  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n} \right]$  dengan mengenalinya sebagai suatu integral tentu.
10. Jika  $\int_1^u \cos^2 t dt$ , dengan  $u = \ln(x^2 + x - 1)$ , hitunglah  $f'(1)$ .
11. Bila  $f(x) = 3x^5 + x - 2$ , periksalah apakah  $f^{-1}(x)$  ada. Bila  $f^{-1}(x)$  ada, tentukan  $(f^{-1})'(2)$
12. Bila  $f(x) = x^5 + 5x - 4$ , periksalah apakah  $f^{-1}(x)$  ada. Bila  $f^{-1}(x)$  ada, tentukan  $(f^{-1})'(2)$
13. Bila  $f(x) = 2 \tan x$ , di mana  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ , periksalah apakah  $f^{-1}(x)$  ada. Bila  $f^{-1}(x)$  ada, tentukan  $(f^{-1})'(2)$
14. Bila  $f(x) = \int_1^x \sqrt[3]{1+t^2} dt$ , periksalah apakah  $f^{-1}(x)$  ada. Bila  $f^{-1}(x)$  ada, tentukan  $(f^{-1})'(0)$

15. Bila  $f(x) = \int_1^x \sqrt{1 + \cos^2 t} dt$ , periksalah apakah  $f^{-1}(x)$  ada. Bila  $f^{-1}(x)$  ada,

tentukan  $(f^{-1})'(0)$

16. Tentukan  $y'$  bila

a.  $y = e^{x/\ln x}$

d.  $y = e^{\frac{1}{x^2}} + \frac{1}{e^{x^2}}$

b.  $y = e^{2x^2 - x}$

e.  $e^{xy} + xy = 2$

c.  $y = \sqrt{e^{x^3}} + e^{\sqrt{x^3}}$

f.  $e^{xy} + xy = x + y$

17. Tentukan integral berikut

a.  $\int \frac{e^x}{e^x - 1} dx$

c.  $\int \frac{e^{-1/x}}{x^2} dx$

e.  $\int_1^2 \frac{e^{3/x}}{x^2} dx$

b.  $\int x e^{x^2-5} dx$

d.  $\int e^{x+e^x} dx$

18. Tentukan  $x$  bila diketahui bahwa

a.  ${}^2 \log(x+3) - {}^2 \log(x) = 2$

c.  ${}^4 \log\left(\frac{1}{2x}\right) = 3$

b.  ${}^5 \log(x+3) - {}^5 \log(x) = 1$

19. Tentukan  $y'$  bila

a.  $y = 10^{x^2} + (x^2)^{10}$

d.  $y = 2^{e^x} + (2^e)^x$

b.  $y = \sin^2 x + 2^{\sin x}$

e.  $e^{xy} + xy = 2$

c.  $y = x^{\pi+1} + (\pi+1)^x$

f.  $y = (\ln x^2)^{2x+3}$

20. Tentukan persamaan garis singgung kurva  $y = x^{\sin x}$  di titik (1,1).

21. Tentukan persamaan garis singgung kurva  $y = (\cos x)^{\sin x}$  di titik (0,1).

22. Tentukan persamaan garis singgung grafik fungsi  $y = (x^2 + 1)^{\ln x}$  di titik (1,1).

23. Tentukan persamaan garis singgung kurva  $y = (\ln x^2)^{2x+3}$  di titik  $(-\frac{3}{2}, 1)$

24. Bila ada, hitunglah

a.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

e.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$

b.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x)^{1/x}$

f.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x^{\tan x}$

c.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}\right)^x$

g.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\ln \frac{2}{1+\ln x}}$

d.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5}\right)^{2x+1}$

h.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (-\ln x)^x$

25. Jika suatu zat radio aktif kehilangan 15 % dari keradioaktifannya setelah 3 hari, berapakah waktu paruhnya?

26. Kecepatan pertumbuhan suatu tanaman pada setiap saat  $t$  sebanding dengan tingginya pada saat itu. Jika pada saat awal pengamatan tinggi tanaman itu 1 meter dan setelah 1 tahun tingginya menjadi 1,5 meter, tentukan tinggi tanaman setiap saat dan tinggi tanaman itu setelah 2 tahun.



## BAB VII. TEKNIK PENGINTEGRALAN

### I. Tentukan integral tak tentu berikut ini

1.  $\int \frac{2t^2}{2t^2 + 1} dt$

2.  $\int \frac{e^x}{e^x + 2} dx$

3.  $\int \frac{y^2 + y + 1}{\sqrt[5]{2y^3 + 3y^2 + 6y}} dy$

4.  $\int \frac{2x^4 - 3x^2 + 1}{x^2} dx$

5.  $\int y\sqrt{2y+1} dy$

6.  $\int z(2z^2 - 3)^{1/3} dz$

7.  $\int \frac{2}{x(\ln x)^2} dx$

8.  $\int x^2 a^x dx$

9.  $\int \frac{2x+1}{x^2 + 2x + 2} dx$

10.  $\int \frac{x^2 + 4x + 9}{x^2 + 4x + 5} dx$

11.  $\int \frac{dx}{(x^2 + 4)^{3/2}} dx$

12.  $\int x \ln x dx$

13.  $\int x \sinh x dx$

14.  $\int \cos \sqrt{x} dx$

15.  $\int \sin(\ln x) dx$

16.  $\int x \cos^2 x \sin x dx$

17.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{16 - x^2}}$

18.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$

19.  $\int \frac{x^2 + 19x + 10}{2x^4 + 5x^3} dx$

20.  $\int \frac{x^3 - 8x^2 - 1}{(x+3)(x^2 - 4x + 5)} dx$

21.  $\int \sqrt{9 - e^x} dx$

$$22. \int \frac{x^2 + 3x}{\sqrt{x+4}} dx$$

$$23. \int x2^x dx$$

$$24. \int (x+7)e^{2x+3} dx$$

## II. Hitunglah

$$1. \int_0^{\pi} x \cos^2 x dx$$

$$2. \int_0^{\frac{3}{4}} \frac{\sin \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}} dx$$

$$3. \int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{x^2+9}} dx$$

$$4. \int_0^{\frac{3}{4}} \frac{\sin \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}} dx$$

$$5. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$$

$$6. \int_0^1 \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^{2x} + e^{-2x}} dx$$

$$7. \int_{-3}^{-2} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^3} dx$$

$$8. \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$$

$$9. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x+e}}$$

$$10. \int_1^e \sqrt{x} \ln x dx$$

$$11. \int_0^4 \frac{x}{\sqrt{x^2+9}} dx$$

$$12. \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \sin x dx$$

## BAB VIII PENGGUNAAN INTEGRAL

1. Hitunglah luas daerah tertutup yang dibatasi oleh kurva  $y = x^3$  dan  $y = x$ .
2. Diketahui  $D$  adalah lamina berbentuk daerah tertutup yang dibatasi oleh grafik fungsi  $y = \frac{2}{x^2}$ , garis  $x = 1$ , garis  $x = 2$ , dan sumbu  $x$ . Jika rapat massa di setiap titik  $(x, y)$  adalah  $\delta(x) = x^2$ , tentukan massa  $D$  dan momen  $D$  terhadap sumbu  $x$ .
3. Diketahui suatu daerah yang dibatasi oleh garis  $y = 3$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ , dan kurva  $y = \frac{1}{2}x^2$ . Hitunglah volume benda putar yang terjadi bila daerah tersebut diputar terhadap garis  $x = -1$ .
4. Alas sebuah benda adalah suatu daerah  $R$  yang dibatasi oleh grafik fungsi  $y = \sqrt{x}$  dan  $y = x^2$ . Pada daerah  $R$  tersebut, tiap penampang bidang yang tegak lurus dengan sumbu  $x$  adalah berupa setengah lingkaran dengan garis tengah yang melintasi daerah  $R$  tersebut. Tentukan volume benda tersebut.
5. Daerah  $D$  dibatasi oleh kurva-kurva  $y = x^2$  dan  $y = 4$ .
  - a. Gambarlah daerah  $D$  dan hitung luas daerah tersebut.
  - b. Hitung volume benda putar yang terjadi apabila daerah  $D$  diputar terhadap garis  $y = -1$ .